http://www.xriadiat.com **DS1: T** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET Généralités sur les fonctions

Durée :2 heures (La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : (2,5pts) : $(2pts+15pts+1pts+2pts)$

On considère les propositions suivantes :

$P_1 : \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \in \mathbb{Q} \ et \ y \in \mathbb{Q} \ \Rightarrow x+y \in \mathbb{Q}$

$P_2 : "(\exists \alpha \in \mathbb{R})(\forall x \in \mathbb{R}) : \alpha x - 1 = \frac{1}{3}x - 3\alpha"$ et $P_3 : "(\forall y \in \mathbb{R}_+^*)(\exists x \in \mathbb{R}_+^*) : x - y = 2y\sqrt{x}"$

1) a) Donner la négation des deux propositions P_1 et P_3

b) Quelle est la valeur de vérité de P_1 ?

2) Montrer que : P_2 est vraie

3) Montrer que : $(\forall y \in \mathbb{R}_+^*) : y \prec \sqrt{y^2+y}$" en déduire que P_3 est vraie

Exercice2 : (2,5pts) : $(2pts+15pts+1pts+2pts)$

1) On pose : $I =]1;+\infty[$: en utilisant le raisonnement par contraposée :

Montrer que : $\forall (x,y) \in I^2 : \ (x \neq y \ ) \Rightarrow (x+3)(\sqrt{y}+1) \neq (y+3)(\sqrt{x}+1)$

2) Montrer par disjonction des cas que : " $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2+3 \geq 2|x+1|$"

Exercice3 : (4pts) : $(2pts+2pts)$

En utilisant le raisonnement par récurrence montrer que :

1) $\forall n \in \mathbb{N}^* : \sum_{k=1}^{k=2n} k = n(2n+1)$

2) $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1+8(1+2+3+...+n) = (2n+1)^2$

Exercice7 : (11pts) : $(2pt+1pt+2,5pt+1pt+2pt+1pt+1pt+0,5pt)$

Soient f et g deux fonctions définies par : $g(x) = \sqrt{x+1}$ et $f(x) = \frac{3x-3}{2x-3}$

et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1) Déterminer D_f ; D_g et les tableaux de variations de f et g

2) a) Vérifier que : $A(0;1)$ et $B(3;2)$ sont deux points communs de (C_f) et (C_g)

b) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

c) Déterminer graphiquement : $f\left(\left]-\infty;\frac{6}{5}\right]\right)$ et $f\left(\left]\frac{3}{2};+\infty\right[\right)$

3) On considère la fonction h telle que : $h = g \circ f$

a) Déterminer D_h

b) Déterminer la monotonie de h sur : $\left]-\infty;\frac{6}{5}\right]$ et $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$

c) Dresser le tableau de variations de h

d) Montrer que : $\forall x \in \left]-\infty;\frac{6}{5}\right]$; $0 \leq h(x) \leq \sqrt{\frac{5}{2}}$

e) Calculer $h(x)$: $\forall x \in D_h$

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien