

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET Généralités sur les fonctions

Durée : 2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

**Exercice1** : (1,5pts) Montrer que :  $\forall x \geq 1 ; \forall y \geq 4 : \sqrt{x-1} + 2\sqrt{y-4} = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x=2 \text{ et } y=8.$

**Exercice2** : (1,5pts) Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}; \forall y \in \mathbb{R} : x \neq y \text{ et } x \times y \neq 1 \Rightarrow \frac{x}{x^2+x+1} \neq \frac{y}{y^2+y+1}$

**Exercice3** : (1,5pts) Montrer par l'absurde que :  $\forall n \in \mathbb{N} : \sqrt{4n+2026} \notin \mathbb{N}$

**Exercice4** : (1,5pts) Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}^* : \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n \times (n+1)}{2(2n+1)}$

**Exercice5** : (4pts) : (1pts+1,5pts+1,5pts)

Considérons la fonction  $f$  périodique de période 2 tel que :  $f(x) = x-1 \quad \forall x \in [0;2[$

1) Tracer la représentation graphique de la fonction sur  $[-4;6[$  dans un repère  $(0; \vec{i}; \vec{j})$

2) Calculer :  $f(9)$  ;  $f(-8,5)$  ;  $f(2025)$

3) Donner l'expression de :  $f(x)$  sur les intervalles :  $I_k = [2k; 2(k+1)[ \quad k \in \mathbb{Z}$

**Exercice6** : (3, 5pts) : (1pts+1pts+1,5pts)

Soit  $f$  une fonction numérique définie par :  $f(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{x+5}}$

1) Déterminer  $D_f$     2) Démontrer que  $-1$  est la valeur minimale de  $f$

3) Démontrer que  $f$  est majorée par 1 et est-ce que 1 est une valeur maximale de  $f$  ?

**Exercice7** : (6,5pts) : (1pts+1pts+0,5pts+1pts+1pts+2pts)

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions définies par :  $g(x) = x\sqrt{x}$  et  $f(x) = x^2 - 2x + 2$

1) Déterminer  $D_f$  et  $D_g$

2) Montrer que :  $g$  est croissante sur  $D_g$

3) En déduire que :  $g(x) \in [0;1] \quad \forall x \in [0;1]$

4) Donner le tableau de variation de  $f$

5) On considère la fonction  $h$  tel que :  $h(x) = x^3 - 2x\sqrt{x} + 2$

a) Vérifier que :  $h(x) = (f \circ g)(x) \quad \forall x > 0$     b) Étudier la monotonie de  $h$  dans :  $[0;1]$  et  $[1; +\infty[$

**PROF: ATMANI NAJIB**

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.  
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

