

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

LA LOGIQUE ET Généralités sur les fonctions

Durée :2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

**Exercice1** : (3pts) : (1,5pts+1,5pts)

Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes et donner la négation des 4 premiers propositions : 1)  $P_1 : (\forall x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z}); x - y = 2024$

2)  $P_2 : (\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in ]-\infty; 2[); 3x^2y - x + 2y = 0$

5)  $P_3 : (\exists ! x \in [-1; 0])(\exists y \in \mathbb{R}) : x^2y + 4xy + 1 = 0$

**Exercice2** : (3pts) : (1,5pts+1,5pts)

1) Montrer que :  $(\forall x \in [1; +\infty])(\forall y \in [1; +\infty]) : \sqrt{x-1} + \sqrt{y-1} \leq \sqrt{xy}$

2) Soit :  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  ; Montrer que : le système suivant n'admet pas de solutions dans  $\mathbb{R}^3$  : (S):

$$\begin{cases} 2x - 3z > 3 \\ 3y - 2x \geq 3 \\ y - z \leq 2 \end{cases}$$

**Exercice3** : (4,5pts) : (1,5pts+3pts)

Soit f la fonction définie sur  $\mathbb{N}^*$  par :  $f(1) = 0$  et  $f(n+1) = \frac{5f(n) - 3}{3f(n) - 1}$

1) Montrer par récurrence que :  $\forall n \in \mathbb{N}^* f(n) \neq 1$

2) On pose :  $\forall n \in \mathbb{N}^* g(n) = \frac{f(n) + 1}{f(n) - 1}$

a) Démontrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}^* ; g(n+1) - g(n) = 3$

b) En déduire que :  $\forall n \in \mathbb{N}^* : g(n) = 3n - 2$

c) Déterminer :  $f(n)$  en fonction de  $n$  ;  $\forall n \in \mathbb{N}^*$

**Exercice4** : (3pts) : (1,5pts+1,5pts) : Soit f une fonction numérique tel que :  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$

1) Déterminer  $D_f$       2) Montrer que  $\frac{2}{3}$  est le minimum de f sur  $D_f$ .

3) Montrer que 2 est le maximum de f sur  $D_f$ .

**Exercice5** : (6,5pts) : (0,5pts+1,5pts+0,5pts+1pts+1pts+1,5pts+0,5pts)

Soit f une fonction numérique tel que :  $f(x) = x - 2\sqrt{x-2} + 1$

1) Déterminer  $D_f$

2) Démontrer que :  $f(x) \geq 2$  ;  $\forall x \in [2; +\infty[$

3) Soit :  $h(x) = \sqrt{x-2}$     a) Dresser le tableau de variation de h

b) Déterminer graphiquement :  $h([2; 3])$  ;  $h([3; +\infty[)$

4) a) Déterminer une fonction polynôme de degré 2 ; tel que :  $f(x) = g \circ h(x)$  ;  $\forall x \in [2; +\infty[$

b) En déduire les variations de f

c) Déterminer le tableau de variation de  $\frac{1}{f}$

**PROF: ATMANI NAJIB**

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

