

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET Généralités sur les fonctions

Durée : 2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (2,5pts) : Montrer que : $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ : \sqrt{a+1} + \sqrt{a} > \sqrt{b+1} + \sqrt{b} \Rightarrow a > b$

Exercice2 : (5pts) Soient $x \in \mathbb{R}^{**}$; $y \in \mathbb{R}^{**}$

On pose : $A = \left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{y}\right)$; $x+y=1$ et $a = \frac{1}{\sqrt{xy}}$

1) a) Montrer que : $(\forall (x,y) \in (\mathbb{R}^{**})^2) : \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ (l'inégalité arithmético-géométrique)

b) Dédire que : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2a$ 2) Montrer que : $A \geq (a+1)^2$ 3) Dédire que : $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{y}\right) \geq 9$

Exercice3 : (2,5pts) : Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$;

$$S_n = \sum_{k=1}^{k=n} (-1)^{k-1} k^2 = 1^2 - 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)}{2} (-1)^{n+1}.$$

Exercice4 : (1,5pts) : (0,5pt + 1pt)

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} tel que : $f(x) = x\sqrt{x^2+1} - x^2$

1) Développer $(\sqrt{x^2+1} - x)^2$

2) Démontrer que f est majorée par $\frac{1}{2}$

Exercice5 : (8,5pts) : (1,5pt + 2pt + 1pt + 2pt + 2pt)

Soient f et g deux fonctions numériques définies par :

$$f(x) = x^2 - 2x + 2 \text{ et } g(x) = \sqrt{x+1}$$

1) Dresser le tableau de variation de f et de g

2) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère

3) Soit : h une fonction numérique définie sur $[0; +\infty[$ par : $h(x) = x + 3 - 2\sqrt{x+1}$

a) Vérifier que : $h(x) = (f \circ g)(x)$; $\forall x \in [0; +\infty[$

b) En déduire les variations de h sur $[0; +\infty[$

c) Soit : $a \in [1; +\infty[$; Montrer que : $\sqrt{a+1} - \sqrt{a} \leq \frac{1}{2}$

PROF: ATMANI NAJIB

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

