

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :
LA LOGIQUE ET Généralités sur les fonctions

Durée : 2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (2,5pts) : (1,5pts+0,5pts+0,5pts)

On considère les assertions suivantes $P : "(\forall x \in]0; +\infty[) : 1+x \geq 2\sqrt{x} \text{ et } \frac{x}{1+x^2} \leq \frac{1}{2}"$

$Q : "(\forall x \in]0; +\infty[) : x + \frac{1}{x} > 2 \text{ ou } x^2 + x < 1"$

- 1) Montrer que \overline{P} est une assertion vraie
- 2) Déterminer : \overline{P}
- 3) Montrer que Q est une assertion fausse

Exercice2 : (1,5pts) : Montrer que : $\forall (a; b) \in \mathbb{N}^{*2} : (b > a \Rightarrow b^2 - a^2 \geq 3)$

Exercice3 : (1,5pts) : Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}; (x \neq -2 \Rightarrow x^3 + 2x^2 + x + 2 \neq 0)$

Exercice4 : (1,5pts) : Soient $(x; y; z) \in \mathbb{Q}^3$ tels que : $x(y+z) + y(x+z) + z(x+y) = 12$

Montrer que : $x \neq y$ ou $y \neq z$ ou $z \neq x$

Exercice5 : (3pts) : (1,5pts+1,5pts)

1) On pose : $\forall n \in \mathbb{N}^* : S_n = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \sum_{k=0}^{n-1} (2k+1)^2$

1) Calculer : $S_1 ; S_2$ et S_3

2) Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^* ; S_n = \sum_{k=0}^{n-1} (2k+1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}$.

Exercice6 : (2 pts) : (1pts+1pts)

Soit f une fonction numérique définie de \mathbb{R} dans $\mathbb{R} - \{0; 1\}$ et que :

$$f(x+1) = \frac{1}{1-f(x)} ; \forall x \in \mathbb{R}$$

1) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} ; f(x+2) = 1 - \frac{1}{f(x)}$

2) Dédurre que f est périodique et $T = 3$ est une période de f

Exercice7 : (8pts) : (1pt + 1,5pt + 1,5pt + 1pt+2pt+1pt)

Soient f et g deux fonctions définies par : $g(x) = \sqrt{x+1}$ et $f(x) = \frac{x}{x+2}$

et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1) Déterminer D_h tel que : $h = g \circ f$

2) Déterminer les tableaux de variations de f et g

3) a) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

b) Résoudre graphiquement sur $[-1; +\infty[$ l'inéquation : $x > (x+2)\sqrt{x+1}$

4) Étudier les variations de h sur : $]-\infty; -2[$ et $[-1; +\infty[$

5) Calculer $h(x) = (g \circ f)(x) \forall x \in D_h$

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

