

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET Généralités sur les fonctions

Durée : 2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

**Exercice1** : (3pts) : (1pts×3)

Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

(Justifier vos réponses)

1)  $P$ : «  $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}); 2x^2 + xy + 5y^2 \neq 0$  »    2)  $Q$ : «  $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}); x - y = 2 \Rightarrow x > 2$  »

3)  $R$ : «  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) / \sqrt{4n^2 + 5n} \notin \mathbb{N}$  »

**Exercice2** : (3pts) : (1pts×3) On considère les assertions suivantes :

$P$  :  $(\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$

1) Ecrire la négation de  $P$

2) Soit  $f$  l'application de  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tel que :  $(\forall x \in \mathbb{R}) : f(x) = x^2 + 2x + 2$

Montrer que :  $(\forall x \in \mathbb{R}) : f(-x-2) = f(x)$

3) Est ce que :  $P$  est vraie ? justifier votre réponse

**Exercice3** : (1,5pts) : 1) Démontrer en utilisant le Raisonnement par implications successives

que :  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2; (xy^2 - x^2y = y - x \Rightarrow x = y \text{ ou } xy = 1)$

**Exercice4** : (1,5pts) :  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$  : Montrer que :  $|2x^2 + 5xy + 3y^2| \leq 3 \Rightarrow |x + y| \leq \sqrt{3} \text{ ou } |2x + 3y| \leq \sqrt{3}$

**Exercice5** : (2pts)

Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}$  et  $\forall a \in \mathbb{R}^* - \{-1\}$  :

$$S_n = 1 - a^1 + a^2 - a^3 + a^4 + \dots - a^{2n-1} + a^{2n} = \frac{a^{2n+1} + 1}{a + 1}.$$

**Exercice6** : (9pts) : (1pt + 2pt + 2pt + 1pt + 2pt + 1pt)

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + 2x + 2}$

1) Déterminer  $D_f$                       2) Montrer que :  $f$  est minorée par 1 et majorée par 2

3) Soient  $U$  et  $V$  deux fonctions définies par :  $U(x) = x^2 + 2x$  et  $V(x) = \frac{2x+3}{x+2}$

a) Donner le tableau de variation de  $U$  et  $V$                       b) Vérifier que :  $f(x) = (V \circ U)(x) \quad \forall x \in D_f$

c) Étudier la monotonie de  $f$  dans les intervalles suivants :  $]-\infty; -1]$  et  $[-1; +\infty[$

d) Déterminer les extrémums de la fonction  $f$

**PROF: ATMANI NAJIB**

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

